

# 数学基礎論若手の会

愛知県青年の家

2019年12月6日(金) 13:30 ~ 8日(日) 16:00

最終更新日: 2019年12月10日

## 1 参加者リスト

1. 吉田 大河 (北海道大学・理・数・M1)
2. 平田 彩奈 (北海道天売高等学校・教諭)
3. Leonardo Vieira Pacheco Braga  
(東北大学・理・数・M2)
4. 五十里 大将 (東北大学・理・数・M1)
5. 加藤 成晃 (東北大学・理・数・M1)
6. 本田 真之 (東北大学・理・数・M1)
7. 鈴木 悠大 (東北大学・M1)
8. 鈴木 仁哉 (株式会社 UL Japan)
9. 田中 修 (筑波大学・数理物質・数・M2)
10. 津久浦 健太 (筑波大学・数理物質・数・M2)
11. 向川原 弘明 (筑波大学・数理物質・数・M2)
12. 大塚 智哉 (筑波大学・数理物質・数・M1)
13. 後藤 達哉 (筑波大学・理工・数・B4)
14. 大貫 紘嵩 (東京大学・理・数・B4)
15. 権 英哲 (東京大学・理・数・B4)
16. 安田 泰智 (東京大学・理・数・B2)
17. 奥田 壮一郎 (東京大学・理・情報・B2)
18. 湯山 孝雄 (東京工業大学・M2)
19. 高橋 克典 (東京理科大学・B4)
20. 新井 啓子 (首都大学東京・哲学・D1)
21. 中村 悠人 (放送大学)
22. 倉橋 太志 (木更津工専・講師)
23. 大川 裕矢 (千葉大学・融合理工学府・D1)
24. 青木 悠史郎 (静岡大学・総合科学技術・M1)
25. 葛西 陽介 (静岡大学・M1)
26. Miguel Antonio Cardona Montoya  
(TU Wien, PhD student)
27. 仁木 哲 (北陸先端科学技術大学院大学・D2)
28. 上田 拓海 (北陸先端科学技術大学院大学・M1)
29. 木原 貴行 (名古屋大学・情報・講師/世話人)
30. 小野田 順一 (名古屋大学・情報・M2)
31. 川嶋 康太 (名古屋大学・情報・M1)
32. 笹木 健太 (名古屋大学・情報・M1)
33. 春山 棕 (名古屋大学・情報・M1)
34. 謝 昊辰 (名古屋大学・情報・B4)
35. 加田 直希 (名古屋大学・情報・B3)
36. 田中 健策 (株式会社べあのみすてむ)
37. 近藤 流司 (三重大学・工・B3)
38. 荒武 永史 (京都大学・数理解析・D3)
39. 中田 哲 (京都大学・M1)
40. 丹野 俊将 (京都大学・理・数理・B3)
41. 林 佑亮 (京都大学・理・数理・B3)
42. 原 健三 (社会人)
43. 静間 荘司 (大阪府立大学・理・数理・D1)
44. 河村 彰星 (九州大学・准教授)

## 2 講演リスト (仮)

- 吉田 大河 (北海道大学理学院数学専攻 修士 1 年): 有限モデル上の一階述語論理の表現力について
- 平田 彩奈 (北海道天売高等学校 教諭): Non-deterministic inductive definitions and generalized geometric theories in constructive set theory
- Leonardo Vieira Pacheco Braga (東北大学理学部数学専攻 修士 2 年): The relation between the mu-calculus and determinacy
- 加藤 成晃 (東北大学理学研究科数学専攻 修士 1 年): Welcome to ようこそ Reverse math zoo
- 五十里 大将 (東北大学理学研究科数学専攻 修士 1 年): 続・逆数学イントロダクション-弱ケーニヒの補題が成り立たない世界での実連続関数-
- 本田 真之 (東北大学理学研究科数学専攻 修士 1 年): Zorn's lemma in second order arithmetic
- 鈴木 悠大 (東北大学 M1): Basis theorems and Models of  $WKL_0$
- 鈴木 仁哉 (株式会社 UL Japan): フェイルセーフと命題論理
- 田中 修 (筑波大学数理物質科学研究科数学専攻 修士 2 年): 集合論の可算モデルの埋め込みについて
- 津久浦 健太 (筑波大学数理物質科学研究科 M2): Polarized Partition on Successors of Singular Cardinals
- 向川原 弘明 (筑波大学数理物質科学研究科数学専攻 修士 2 年): Dividing と Forking の気持ち
- 大塚 智哉 (筑波大学 数理物質科学研究科 数学専攻 修士 1 年): Silver-Solovay の問題と Prikry 強制
- 安田 泰智 (東京大学理学部数学科 学部 2 年): 射影集合の決定性の無矛盾性
- 湯山 孝雄 (東京工業大学 理学院数学系 修士 2 年): On Hilbert's tenth problem over subrings of  $\mathbb{Q}$
- 中村 悠人 (放送大学大学院文化科学研究科): Constructing metric space from power set of  $\mathbb{R}$
- 倉橋 太志 (木更津工業高等専門学校 基礎学系 講師): 第二不完全性定理について
- 大川 裕矢 (千葉大学融合理工学府 博士 1 年): 部分保存性に対する Guaspari の問題について
- Miguel Antonio Cardona Montoya (Technische Universität Wien, PhD student): Review on the strong measure zero  $\sigma$ -ideal and Yorioka's  $\sigma$ -ideals
- 仁木 哲 (北陸先端科学技術大学院大学 先端科学技術専攻 博士 2 年): Beth 意味論における empirical 及び co-negation について
- 笹木 健太 (名古屋大学 情報学研究科 修士 1 年): 射影順序数と Suslin の定理
- 春山 棕 (名古屋大学 情報学研究科 修士 1 年): 線形論理と Proof-nets キャンセル
- 謝 昊辰 (名古屋大学 情報 学部 4 年):  $\mu$  再帰関数にチューリングジャンププリミティブを追加した体系におけるビジービーバー関数について キャンセル
- 荒武 永史 (京都大学大学院理学研究科数学 数理解析専攻数理解析系 博士後期課程 3 回): トポス理論と圏論的論理学への誘い
- 中田 哲 (京都大学 修士 1 年): 構成性と実現可能性解釈
- 原 健三 (一般企業 社会人): 協調型論理: 再帰クリプキモデルの構築と論理の普遍的解釈
- 静間 荘司 (大阪府立大学理学系研究科数理科学専攻 博士 1 年): 無限帽子パズルと ultra filter
- 河村 彰星 (九州大学 システム情報科学研究院 准教授): TBA キャンセル
- (追加トーク) 木原 貴行 (名古屋大学 情報学研究科 講師): ねこでもわかるぎゃくすうがく
- (追加トーク) 田中 健策 (株式会社ぺあのしすてむ): Coq 実演

### 3 プログラム (仮)

12月6日 (金)

- 13:30- (オープニング, 受付, 施設の利用説明など)  
施設の利用説明等が「つどいの広場」にて行われています。  
この時間帯までに到着可能な方は参加して頂けると有り難いです。  
14:00 過ぎまで, スタッフ・参加者は「第2研修室」でなく「つどいの広場」にいる可能性が高いです。  
以下, 会場は「第2研修室」になります。
- 14:30-15:00 鈴木 仁哉 (株式会社 UL Japan)  
フェイルセーフと命題論理
- 15:05-15:25 静間 荘司 (大阪府立大学理学系研究科数理科学専攻 博士1年)  
無限帽子パズルと ultra filter
- 15:30-16:00 笹木 健太 (名古屋大学 情報学研究科 修士1年)  
射影順序数と Suslin の定理
- 16:00-16:20 (休憩)
- 16:20-16:50 大川 裕矢 (千葉大学融合理工学府 博士1年)  
部分保存性に対する Guaspari の問題について
- 16:55-17:40 大塚 智哉 (筑波大学 数理物質科学研究科 数学専攻 修士1年)  
Silver-Solovay の問題と Prikry 強制
- 18:00-18:50 (夕食)
- 19:00-20:00 荒武 永史 (京都大学大学院理学研究科 数理解析 D3)  
トポス理論と圏論的論理学への誘い
- 20:20-21:00 (入浴)

## 12月7日(土)

- 6:30 (起床)
- 7:00–7:30 朝の集い(謎) 場所:つどいの広場
- 7:30–8:10 (朝食)
- 8:10–9:00 (清掃)
- 9:00–9:45 中村 悠人(放送大学大学院文化科学研究科)  
Constructing metric space from power set of  $\mathbb{R}$
- 9:50–10:20 中田 哲(京都大学 修士1年)  
構成性と実現可能性解釈
- 10:20–10:40 (休憩)
- 10:40–11:10 Leonardo Vieira Pacheco Braga(東北大学理学部数学専攻 修士2年)  
A short introduction to  $\mu$ -calculus
- 11:15–11:45 安田 泰智(東京大学理学部数学科 学部2年)  
射影集合の決定性の無矛盾性
- 11:50–12:10 向川原 弘明(筑波大学数理物質科学研究科数学専攻 修士2年)  
Dividing と Forking の気持ち
- 12:10–13:00 (昼食)
- 13:00–13:45 加藤 成晃(東北大学理学研究科数学専攻 修士1年)  
Welcome to ようこそ Reverse math zoo
- 13:50–14:20 五十里 大将(東北大学理学研究科数学専攻 修士1年)  
続・逆数学イントロダクション-弱ケーニヒの補題が成り立たない世界での実連続関数-
- 14:20–14:40 (休憩)
- 14:40–15:10 吉田 大河(北海道大学理学院数学専攻 修士1年)  
有限モデル上の一階述語論理の表現力について
- 15:15–15:45 倉橋 太志(木更津工業高等専門学校 基礎学系 講師)  
第二不完全性定理について
- 15:50–16:20 仁木 哲(北陸先端科学技術大学院大学 先端科学技術専攻 博士2年)  
Beth 意味論における empirical 及び co-negation について
- 16:20–16:50 (休憩)
- 16:50–17:20 Miguel Antonio Cardona Montoya(Technische Universität Wien, PhD student)  
Review on the strong measure zero  $\sigma$ -ideal and Yorioka's  $\sigma$ -ideals
- 17:25–17:55 津久浦 健太(筑波大学数理物質科学研究科 M2)  
Polarized Partition on Successors of Singular Cardinals
- 18:00–18:20 田中 修(筑波大学数理物質科学研究科数学専攻 修士2年)  
集合論の可算モデルの埋め込みについて
- 18:30–19:10 (夕食)
- 19:40–20:30 (入浴)
- 19:00–22:00 (フリーディスカッション)

## 12月8日(日)

- 6:30 (起床)
- 7:00–7:30 朝の集い(謎) 場所: つどいの広場
- 8:00–8:40 (朝食)
- 8:40–10:00 (食堂の片づけ・清掃, 部屋の荷物を移動後清掃  
館内清掃および宿泊室の清掃)
- 10:00–10:30** 鈴木 悠大 (東北大学 M1)  
Basis theorems and Models of  $WKL_0$
- 10:35–11:05** 本田 真之 (東北大学理学研究科数学専攻 修士1年)  
Zorn's lemma in second order arithmetic
- 11:05–11:30 (休憩)
- 11:30–12:00** 湯山 孝雄 (東京工業大学 理学院数学系 修士課程2年)  
On Hilbert's tenth problem over subrings of  $\mathbb{Q}$
- 12:10–13:00 (昼食)
- 13:00–13:30** 謝 昊辰 (名古屋大学 情報学部 4年)  
 $\mu$  再帰関数にチューリングジャンププリミティブを追加した体系におけるビジービーバー関数について
- 13:35–14:05** 春山 椋 (名古屋大学 情報学研究科 修士1年)  
線形論理と Proof nets
- 14:05–14:20 (休憩)
- 14:20–14:50** 原 健三 (一般企業)  
協調型論理: 再帰クリプキモデルの構築と論理の普遍的解釈  
Cooperative Logic: Recursive Kripke Model and Universal Interpretation of Logics
- 14:55–15:25** 平田 彩奈 (北海道天売高等学校 教諭)  
Non-deterministic inductive definitions and generalized geometric theories in  
constructive set theory
- 15:30–16:00 (研修室の清掃, 片付けなど)
- 16:00– (クロージング, 解散)

## 4 講演アブストラクト

---

12月6日(金)

---

### フェイルセーフと命題論理

鈴木 仁哉

(株式会社 UL Japan)

我々の日常生活はさまざまな機械に支えられている。機械の中で、目立たないものの重要な要素に安全装置がある。現在こそ安全装置は広く普及しているが、理論研究や試作段階ではさまざまな方式が提案されてきた。当時から重要視されていたのはフェイルセーフとよばれる概念であり、エレクトロニクス技術の発展とともにフェイルセーフな論理回路の重要性が注目され、提案されてきた [2]。とくに、フェイルセーフな論理ゲートの理論的なモデルとして、C形論理 [3] および B形論理 [4] が提案されている。ところが、C形・B形論理の出自から、数学的・哲学的な分析の俎上に載せるには十分とはいえない状況である。そこで本発表では、C形・B形論理を導入し、二者の相互関係について述べ、さらに既存の論理システムとどのような関係があるかについて触れる。その上で、C形・B形論理にどのような分析ができるか提案を行う。

### 参考文献

- [1] ISO, “Safety aspects – Guidelines for their inclusion in standards,” International Organization for Standardization, ISO Guide 51:2014, Apr. 2014.
  - [2] 渡辺昭治 and 浦野義頼, “Fail safe 論理系,” 信学誌, vol. 50, no. 2, pp. 290–291, 1967.
  - [3] 向殿政男, “C形 fail-safe 論理の数学的構造について,” 信学論 (C), vol. 52-C, no. 12, pp. 812–819, Dec. 1969.
  - [4] —, “B-三値論理関数について—あいまいさを考慮した三値論理関数,” 信学論 (D), vol. 55-D, no. 6, pp. 355–362, Jun. 1972.
  - [5] S. Gottwald, A Treatise on Many-Valued Logics, ser. Studies in Logic and Computation. Research Studies Press, 2001, vol. 9.
  - [6] 中島恭一 and 高木昇, “AND, OR 及び NOT 素子で構成される多値論理回路のフェールセーフ条件,” 信学論 (A), vol. 85-A, no. 11, pp. 1244–1253, Nov. 2002.
- 

### 部分保存的な文に対する Guaspari の問題について

大川 裕矢

(千葉大学 融合理工学府 数学情報科学専攻 D1)

$n \geq 1$  の  $\Sigma_n$  もしくは  $\Pi_n$  を  $\Gamma$  と表記し,  $\Gamma = \Sigma_n$  のとき  $\Gamma^d = \Pi_n$ ,  $\Gamma = \Pi_n$  のとき  $\Gamma^d = \Sigma_n$  とする. また, 以降の理論を算術 PA を含む再帰的可算な無矛盾拡大とする.

文  $\varphi$  が理論  $T$  上  $\Gamma$ -保存的であるとは, 任意の  $\Gamma$  文  $\psi$  について,  $T + \varphi \vdash \psi$  ならば  $T \vdash \psi$  が成り立つということを用いる.  $T$  で証明できるような文は, 自明に  $T$  上  $\Gamma$ -保存的であるが, 1979 年 Guaspari は  $T$  で証明できないような,  $T$  上  $\Gamma$ -保存的である  $\Gamma^d$  文が存在することを示した. これは第一不完全性定理の拡張となる. さらに Guaspari は, 複数の理論に対して同時に  $\Gamma$ -保存的となる, 非自明な文は存在するか? という問を残している. この問に対し Bennet (1986) は  $\Gamma = \Sigma_n$  の場合における, 二つの理論に対する存在条件の特徴付けと, Guaspari の問いに対する反例を与えた. 一方で Bennet は  $\Gamma = \Pi_n$  の場合の状況を解明できるか? という問も残している.

今回, 木更津工業高等専門学校倉橋太志講師との共同研究により, Bennet の結果は任意有限個の理論に対しても拡張できることが分かった. 本講演では, 一連の先行研究と今回得られた結果を紹介し, ごく最近進んだ研究結果も紹介する.

トポス理論と圏論的論理学への誘い

荒武永史

(京都大学大学院理学研究科数学 数理解析専攻数理解析系 博士後期課程 3 回)

数論幾何学において Grothendieck によって考案された「トポス」の概念は, Lawvere と Tierney による「初等トポス」への一般化を経て, 論理学との関わりが見出された. 今日においては, 論理学の諸分野および計算機科学における様々な現象の圏論的解釈を考えるうえで(初等)トポスは重要な対象である. 本講演は, トポス理論および圏論的論理学への入門を目的とする. はじめにトポス理論の基礎を説明し, 続いてすべての圏論的論理学に共通する考え方を Lawvere の圏論的意味論を通して紹介する. そして一階述語論理と高階述語論理のトポスの意味論について解説する. 講演の最後には, 一階理論に対する分類トポスとモデル理論の研究について述べる.

12月7日(土)

構成性と実現可能性解釈

中田 哲

(京都大学理学研究科数学 数理解析専攻数理解析系 M1)

本講演では構成的数学, 計算機科学の文脈で活躍する実現可能性解釈の理論の初歩をお話しします. 前半は本理論の導入から「直観主義算術 HA から証明可能ならば実現可能」の基本定理を示し, この考察が構成概念の拡張に繋がる側面を紹介します.

また後半はより現代的に, 実現可能性トポスを導入します. 計算概念の一般化と思える部分組み合わせ代数から得られるこのトポスは, 今までの古典的解釈の延長にある構成的数学の宇宙とすることができ, その一つ

である Effective topos がどんな命題達を受容するのか、を時間の許す限り紹介します。

### 射影集合の決定性の無矛盾性

安田 泰智

(東京大学理学部数学科 学部 2 年)

記述集合論において、決定性は norm や scale の存在を導くなど実数の集合に豊かな構造をもたらす重要な概念である。今回は無限個 Woodin 基数が存在するとき、射影集合の決定性が成立するという Martin-Steel の結果を解説する。

### Dividing と Forking の気持ち

向川原 弘明

(筑波大学数理物質科学研究科数学専攻 修士 2 年)

モデル理論では、モデルが満たす性質からその理論 (公理の集合) の性質を分析・分類する。モデルの性質を分析する際に重要な概念として Dividing, Forking がある。Dividing, Forking はいわば論理式による“独立関係”である。本発表では、具体例を交えて Dividing, Forking とはどのようなものか解説する。また例として単純理論において Nonforking-independence がどれくらいの性質を満たしてくれるかについて説明する。

### 参考文献

- [1] Katrin Tent, Martin Ziegler, A Course in Model Theory (Lecture Notes in Logic), Cambridge University Press, 2012
- [2] 雪江 明彦, 代数学 3 代数学のひろがり, 日本評論社

### Welcome to ようこそ Reverse Mathematics

加藤 成晃

(東北大学理学研究科数学専攻 修士 1 年)

「定理から公理を導く」という標語が表すように、逆数学では、よく知られている数学の発展方向とは反対向きの展開について考察を行う。2 階算術という基礎的な枠組みにおいて公理と定理の同値性を調べることで、古典的定理の証明にはどの公理が真に必要なのかが見えてくる。今回の発表では逆数学への招待として、基本的な定義や結果の紹介と、2 階算術ではどのように数学が行われるのかを体系  $RCA_0$  という例をとって実演する。



## 続・逆数学イントロダクション—弱ケーニヒの補題が成り立たない世界での実連続関数—

五十里大将

(東北大学理学研究科数学専攻 修士1年)

「逆数学とは定理の証明に必要な十分な公理を決定する分野である」という説明を聞いて、逆数学とは定理の分類整理をする作業のようなものだと考えている人もいるかもしれない。本講演ではそういった誤解(?)を解くために、非常に簡単な逆数学現象を例に、逆数学現象を観察する中で愉快的な発見がいくつもあるということを紹介する。なお、より本格的かつ真面目な、逆数学の動機や意義付けに関しては [1] や [2]などを参考にしてほしい。本講演の内容も基本的に [1] と [2] に準ずる。

参考文献:

[1] S.G. Simpson, "Subsystems of Second Order Arithmetic" 2nd edition, Cambridge University Press, 2009.

[2] 田中一之, 『数学基礎論序説-数の体系への論理的アプローチ-』, 裳華房, 2019.

## 有限モデル上の一階述語論理の表現力について

吉田 大河

(北海道大学理学院数学専攻 修士1年)

有限モデルの持つ性質が一階述語論理で表現不可能であることを、どのように証明することができるだろうか。本講演では、Ehrenfeucht-Fraïssé game (EF game) と Locality という、2つの道具を紹介する。EF game は、2つの構造上で2人のプレイヤーにより行われるゲームで、片方のプレイヤーは2つの構造が異なることを示そうとし、もう一方のプレイヤーは構造が等しいことを示そうとする。このゲームはラウンド数を決めて行われ、あるラウンド数のゲームで常に構造が等しいことが示されるならば、一階述語論理式のあるクラスにおいて2つの構造上で真偽が一致する。従って、ある性質が一階述語論理式で表される場合、あるラウンド数の EF game で区別できない2つの構造については、その性質を持つかどうかは一致する。有限モデルの持つ性質が Locality を持つとは、簡単に言うと、ある点とその性質を持つかどうかはその点の近傍を調べることで分かるということである。一階述語論理式で定義可能な性質は全て Locality を持つことが証明される。また、これらの道具を用いることで、実際にグラフの連結性やグラフの2点間に path が存在するかなどといった性質が一階述語論理式で表現不可能であることを証明する。

## 第二不完全性定理について

倉橋太志

(木更津工業高等専門学校 講師)

ペアノ算術 PA を含む再帰的に公理化された無矛盾な理論  $T$  において  $T$  の無矛盾性を表す文は証明できない、という Gödel の第二不完全性定理が本発表の主題である。第二不完全性定理自体は数学基礎論において古典的、基本的な結果であるが、一方で  $T$  の無矛盾性を表す(と考えられる)文で  $T$  において証明できるものがあることが Kreisel らによって指摘されており、定理を正確に述べるにはより慎重な分析が必要である

[3] を参照) . こうした状況のために , 通常の証明は第二不完全性定理が成立するための十分条件である導出可能性条件 (derivability conditions) を導入して行われる . よく知られた導出可能性条件は Hilbert-Bernays のものを Löb が改良したものであるが , それ以外の条件を用いた第二不完全性定理の証明も知られている . 本発表では , 無矛盾性を表す文や様々な導出可能性条件を分析することで , 第二不完全性定理を取り巻く状況を明らかにする ([1, 2] を参照) .

## 参考文献

- [1] T. KURAHASHI, A note on derivability conditions, arXiv:1902.00895
- [2] T. KURAHASHI, Rosser provability and the second incompleteness theorem, arXiv:1902.06863
- [3] 前原昭二, 第 2 不完全性定理の内容的解釈, 科学基礎論研究, vol. 20 (1991), no. 3, pp. 143–147.

.....

### Beth 意味論における empirical 及び co-negation について

仁木哲

(北陸先端科学技術大学院大学 先端科学技術専攻 博士 2 年)

本講演では、De (2013) および De and Omori (2014) において導入された、empirical negation (経験的否定) についてお話しします。この否定は、直観主義論理に非数学的なコンテキストでの否定を追加するもので、クリプキ意味論上の根での否定として理解することが出来ます。しかし、クリプキ意味論だけが直観主義論理に直感的解釈を与える意味論はありません。もしこのアイデアを、クリプキ意味論と類似の Beth 意味論において展開した場合、果たして同じ論理を得るのでしょうか。本講演では、このような疑問を契機に、Rauszer (1974) の co-negation などの類似の否定との関連についても触れていきます。

.....

### Review on the strong measure zero $\sigma$ -ideal and Yorioka's $\sigma$ -ideals

Miguel Cardona

(Technische Universität Wien, PhD student)

Denote  $\mathcal{SN} := \{X \subseteq 2^\omega \mid X \text{ has strong measure zero}\}$ . Yorioka introduced a characterization of  $\mathcal{SN}$  in terms of the  $\sigma$ -ideals  $\mathcal{I}_f$ , parametrized by functions  $f \in \omega^\omega$ , which we call Yorioka ideals. He proved that  $\mathcal{SN} = \bigcap \{\mathcal{I}_f \mid f \in \omega^\omega \text{ increasing}\}$ .

In this talk, for  $\mathcal{I} \in \mathcal{SN} \cup \{\mathcal{I}_f : f \in \omega^\omega \text{ increasing}\}$ , we discuss the consistency with ZFC that the four cardinal characteristics associated with  $\mathcal{I}$  are pairwise different.

.....

### Polarized Partition on Successors of Singular Cardinals

津久浦 健太

(筑波大学数理物質科学研究科 M2)

Polarized Partition は分割の性質のバリエーションの 1 つで, 完全 2 部グラフの辺のどんな色塗りに対しても十分大きい部分完全 2 部グラフで色が均一なものが取れるという主張である. Polarized Partition の振舞いは基数のべきの値と深い関わりを持ち, 特に GCH と最も強い Polarized Partition は両立しないことが Sierpiński, Erdős–Rado によって示されている.

本講演では GCH と両立する Polarized Partition に関して, 特異基数の後続基数上で判明している事実と未解明な部分について紹介する.

.....

## 集合論の可算モデルの埋め込みについて

田中 修

(筑波大学数理物質科学研究科数学専攻博士前期課程 2 年)

集合論の可算モデルの埋め込みについては長く研究されてきたが, 近年, [Ham13] によって集合論の可算超準モデルはすべての可算モデルを埋め込むことが示された. このようなあるクラスに属するモデルをすべて埋め込む構造は, 現代的なモデル理論でよく用いられる融合法 (amalgamation method) による Fraïssé 極限として得られる. [Ham13] はそのような Fraïssé 極限が計算可能である, すなわち  $PA$  の超準モデルの中に埋め込まれることを議論する. この発表では集合論の可算モデルに関する興味深い結果を紹介するとともに, 融合法の有用性を示すことを目的とする.

## 参考文献

- [Ham13] Joel David Hamkins. Every countable model of set theory embeds into its own constructible universe. *J. Math. Log.*, 13(2):1350006, 27, 2013.
- [TZ12] Katrin Tent and Martin Ziegler. *A course in model theory*, volume 40 of *Lecture Notes in Logic*. Association for Symbolic Logic, La Jolla, CA; Cambridge University Press, Cambridge, 2012.

.....

12 月 8 日 (日)

.....

## Basis theorems and Models of $WKL_0$

鈴木悠大

(東北大学理学研究科数学専攻 修士 1 年)

$B \subseteq 2^\omega$  は, 任意の計算可能無限二進木が  $B$  の中に無限道を持つ時 basis と呼ばれる. Basis theorem とは, 種々のクラスが basis であることを主張する定理であり, 代表的なものとして, low set 全体が basis である事を主張する low basis theorem や hyperimmune-free set 全体が basis である事を主張する hyperimmune-free basis theorem などが存在する. ところで, 計算可能な無限二進木で, その任意の無限道は  $WKL_0$  のモデルと

みなせるものが存在する．この事実と basis theorem を組み合わせることにより，様々な性質を持った  $WKL_0$  のモデルを作ることができる．

本講演では，上記の議論を二階算術の中で形式化して，low/hyperimmune-free basis theorem の二階算術における強さを決定する．

.....

### 協調型論理：再帰クリプキモデルの構築と論理の普遍的解釈

Cooperative Logic: Recursive Kripke Model and Universal Interpretation of Logics

原 健三

カルナップの寛容の原理にしたがい今日様々な論理が共存している。これらの論理を協調的に扱う手立てとして協調型論理を考案する。協調型論理は、クリプキノードに成立する強制関連式を再帰的に論理式として扱う形でクリプキフレームを拡張し実現される。この論理式の構成は述語論理とよく似た形だが、公理的集合論とは対照的に内包公理を用いる。本講演では、協調型論理の背景および構成方法を説明する。時間が許せば、従来の論理をどのように取り扱えるのかを考察し、この論理の有用性について議論したい。

Today, there co-exist various logics according to Carnap's principle of tolerance. I introduce "Cooperative Logic (CooL)" which helps us to treat these logics cooperatively. CooL is conceived as an extension of Kripke frame that regards the formulas between Kripke node and forcing relation as also formulas recursively. The formulas in this logic have a similar form to predicate logic, but they are based on "axiom of unrestricted comprehension" in contrast to axiomatic set theories. In this talk, we discuss the context of CooL and its construction. If time allows, we consider how to treat formal logics in CooL, and deepen discussion for its utility.

.....

### Non-deterministic inductive definitions and generalized geometric theories in constructive set theory

平田 彩奈

(北海道天売高等学校 教諭)

本講演では様々な数学の命題を、構成的集合論の上で統一的に見通すための枠組みを提案する。Benno van den Berg は [3] で、Non-deterministic inductive definition (以下と NID とする) を導入し、elementary NID, finitary NID, deterministic NID を定義した。そして、それらの NID-principles たちと M-types, bisimulations, game theory, 及び formal topology との関係について述べた。それに対し、Peter Aczel らは [1] で、rank が  $n$  の Generalized geometric theory たち (以下 GGT とする) を紹介した。そして、それらの GGT-principle たちと algebra, topology, 及び formal topology との関係性を述べた。

本講演において、 $NID(n, m)$  及び  $GGT(n, m)$  という principle を定義し、NID-principle たちと GGT-principle たちについてより細かく考察する。その上で NID-principle たちと GGT-principle たちの関係について述べる。それにより、様々な数学の命題を構成的集合論の上でより容易に比べることができる [2]。

## 参考文献

- [1] Peter Aczel, Hajime Ishihara, Takako Nemoto and Yasushi Sangu, *Generalized geometric theories and set-generated classes*, Math. Structures Computer Science 25 (2015), no.7, 1466-1483.
- [2] Ayana Hirata, Hajime Ishihara, Tatsuji Kawai, Takako Nemoto, *Equivalents of the finitary non-deterministic inductive definitions*, Annals of Pure and Applied Logic (2019), –.
- [3] Benno van den Berg, *Non-deterministic inductive definitions*, Arch. Math. Logic **52** (2013), 113–135.

.....